תרגיל

תהי L_1 שפה $L_1 = \{(P,k)\}$ כאשר $k > 1$ וגם P תוכנית שמבין כל המחרוזות שמתחילות בa מאשררת k מהן. האם L_1 כריעה? ניתנת לזיהוי?

פתרון

ננסה להוכיח שL_1 אינה ניתנת לזיהוי ברדוקציה מ$\overline{A_{TM}}$ לL_1:
$(P,w) \in \overline{A_{TM}} \Leftarrow (Q,k) \in L_1$.
בהנתן (P,w) נבנה ($k=2$):

$Q(x)$:

1) אם $x \in \{a, aa\}$ נאשר

2) הרץ $P(w)$ והחזר את תשובתה

הוכחה

$\Rightarrow$ נניח $P(w) \neq 1 \Leftarrow (P,w) \in A_{TM}$.
$Q \Leftarrow P \uparrow w$ מאשרת 2 קלטים
$Q \Leftarrow P(w) = 0$ לא מאשרת קלטים נוספים בסעיף 2 $\Leftarrow$ מאשרת שני קלטים ולכן $Q \in L_1$

$\Leftarrow$ $Q \Leftarrow (Q,2) \in L_1$ מאשרת שני קלטים בלבד - את הקלטים aa, a Q מאשרת בסעיף 1. כלומר בסעיף 2 Q לא מאשרת שוב קלט, כלומר $P(w) \neq 1 \Leftarrow$ $(P,w) \in \overline{A_{TM}}$.
$(P,w) \notin \overline{A_{TM}} \Leftarrow P(w) = 1 \Leftarrow$ כל קלט שניתן לQ יאושר בשלב 1 או בשלב 2. $L(Q) = \Sigma^* \Leftarrow \infty = |L(Q)| \Leftarrow (Q,w) \notin L_2$ וסיימנו.

תרגיל

$R_{TM} = \{P | L(P) \in R\}$ כאשר R היא קבוצת השפות הכריעות. האם R_{TM} כריעה? ניתנת לזיהוי?

פתרון

R_{TM} לא כריעה: בגלל משפט רייס.
השפה אינה ניתנת לזיהוי: רדוקציה מ$\overline{A_{TM}}$ לR_{TM}. כלומר $(P,w) \in \overline{A_{TM}} \Leftrightarrow Q \in R_{TM}$
בהינתן (P,w) נבנה Q:

$Q(x)$:

1) הרץ $P(w)$. אם דחתה נדחה.

2) בדוק

א. x הוא מהצורה $P'\#w'v$

ב. P' וW' אינם מכילים את התו #

ג. P' קוד חוקי של תוכנית.

אם אחד התנאים לא מתקיים דחה.

3) הרץ $P'(w')$

4) אשר.

הבניה חישובית:

$\Rightarrow$ $(P,w) \in \overline{A_{TM}}$, $P(w) \neq 1$ $\Leftarrow$ שום קלט לא עובר את שלב 1 ולא יאושר $\Leftarrow$ $L(Q) = \emptyset$ ולכן $Q \in R_{TM}$

$\Leftarrow$ $(P,w) \notin \overline{A_{TM}}$, $P(w) = 1$ $\Leftarrow$ כל קלט מגיע לשלב 2. נשים לב לפי הגדרת Q קלט x יעבור לשלב 4, יאושר $\Leftrightarrow$ $x = P'\#w'$ כאשר x עובר את הבדיקות של 2 $P'(w') = 1$ $\Leftarrow$ $L(Q) = H$ והיא אינה כריעה ולכן $Q \in \overline{R_{TM}}$